

## INFO: Das Heron-Verfahren zur Berechnung von Wurzeln

Mit dem Heron-Verfahren lassen sich Wurzeln näherungsweise berechnen. Die Genauigkeit nimmt dabei sehr schnell zu.

Idee:

Wir wollen die Wurzel aus 11 annähern. Wir beginnen mit einem Rechteck bei dem eine Seitenlänge  $a_1=11$  ist und dessen Flächeninhalt  $F$  auch 11 ist. Die andere Seite hat dann die Länge  $b_1=F/a_1=11/11=1$ . Da eine Seite zu lang und die andere zu kurz ist, versuchen wir einen besseren Wert zu finden, indem wir als neue Seitenlänge den Mittelwert aus den alten Seiten verwenden:

$$a_2 = (a_1+b_1)/2 = (a_1+F/a_1)/2 = (a_1+11/a_1)/2 = (11+11/11)/2 = 6$$

Das wird jetzt immer wieder wiederholt. In der Mathematik spricht man von **iterieren**. Ein Verfahren, bei dem immer die gleichen Schritte wiederholt werden, nennt man **Iteration**.

<p>Im Rechenfenster gibt man den Term mit dem ersten Näherungswert (hier 11) ein und berechnet den zweiten Näherungswert (hier 6). Anschließend wird der Term noch mal eingegeben, jetzt dort, wo eigentlich die 6 stehen müsste, „Ans“ (<i>answer</i>). Das bedeutet, dass das zuletzt berechnete Ergebnis verwendet wird. Weitere Näherungswerte bekommt man durch wiederholtes drücken der EXE-Taste.</p>	<pre style="font-family: monospace; font-size: 0.9em;"> (11+11÷11)÷2 6 (Ans+11÷Ans)÷2 3.916666667 3.362588652 3.316938935 3.316624805 ▶▶▶ 3.916666667 3.362588652 3.316938935 3.316624805 3.31662479 3.31662479 3.31662479 ▶▶▶         </pre>
--	---

### Verwendung der Tabellenkalkulation (TBK) (Spreadsheet)

Das Verfahren mit der Ans-Taste geht zwar schnell, aber die Werte sind auch schnell wieder verloren. Es gibt auch eine TBK, mit der sich flexibler arbeiten lässt. Die Tabellen kann man auch speichern und später wieder laden.

<p>Wähle aus dem Hauptmenü 4:S-Sheet. Gib in die ersten drei Zellen der ersten Spalte die Zahlen 1-3 ein. Bringe dann den Cursor auf die Zelle B1 und gib ein „=2xA1“. Das Gleichheitszeichen ist wichtig!</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; font-size: 0.8em;"> <tr><th>SHEET</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td colspan="5" style="text-align: right;">=2xA1</td></tr> <tr><td colspan="5" style="font-size: 0.7em;">FILE EDIT DEL INS CLR ▶</td></tr> </table>	SHEET	A	B	C	D	1	1	2			2	2				3	3				4					5					=2xA1					FILE EDIT DEL INS CLR ▶				
SHEET	A	B	C	D																																					
1	1	2																																							
2	2																																								
3	3																																								
4																																									
5																																									
=2xA1																																									
FILE EDIT DEL INS CLR ▶																																									
<p>Kopiere jetzt mit F2:Edit-F2:Copy die Zelle B1 und füge sie mit F1:Paste in B2 und in C1 ein. In B2 steht jetzt „=2xA2“ und in C1 „=2xB1“. Das liegt daran, dass die Eingabe „=2xA1“ zu lesen ist als „2-mal die linke Nachbarzelle“. So wird die Information dann auch weiterkopiert und die Adressen entsprechend angepasst. Man nenn das <b>relative Adressierung</b>.</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; font-size: 0.8em;"> <tr><th>SHEET</th><th>A</th><th>B</th><th>C</th><th>D</th></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>4</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>5</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td colspan="5" style="text-align: right;">=2xA2</td></tr> <tr><td colspan="5" style="font-size: 0.7em;">PASTE</td></tr> </table>	SHEET	A	B	C	D	1	1	2	4		2	2	4			3	3				4					5					=2xA2					PASTE				
SHEET	A	B	C	D																																					
1	1	2	4																																						
2	2	4																																							
3	3																																								
4																																									
5																																									
=2xA2																																									
PASTE																																									

Was aber tun, wenn man wirklich die Zelle A1 meint und diese auch erhalten bleiben soll? Man kann die Adresse fixieren, so dass sie sich beim Kopieren nicht ändert. Man kann dabei die Spalte oder die Zeile oder beides festhalten. Man setzt einfach ein „\$“ davor. Ändere den Eintrag in B2 mit F2:Edit-F3:Cell in „=\$A1“, kopiere ihn dann wieder in B2 und C1. In B2 steht „=2x\$A2“, denn die Zeilennummer war ja nicht fixiert. In C1 steht aber „2x\$A1“, denn die Spalte A war fixiert. Mit „2x\$a\$1“ werden zeile und Spalte fixiert. Dies nennt man **absolute Adressierung**.

SHEET	A	B	C	D
1	1	2	2	
2	2	4		
3	3			
4				
5				=2x\$A1

PASTE

Jetzt werden wir das Heron-Verfahren zur Berechnung der Wurzel aus 11 durchführen. Lösche zuerst das Arbeitsblatt mit F3:Del-F3:All. In A1 geben wir 11 ein. In A2 kommt nun die Formel „=(A1+11/A1)/2“. Noch besser ist es, wenn statt 11 die absolute Adresse „\$A\$1“ steht (im Prinzip würde auch „A\$1“ ausreichen, da wir in der Spalte A bleiben). Wenn wir in A1 eine andere Zahl eingeben, berechnet der TR sofort deren Wurzel.

SHEET	A	B	C	D
1	11			
2	6			
3				
4				
5				=(A1+\$A\$1/A1)/2

FILE EDIT DEL INS CLR

Kopiere nun die Zelle A2 in die Zellen darunter bis A10. Mit Paste geht das leider nur Schritt für Schritt.

SHEET	A	B	C	D
1	11			
2	6			
3	3.9166			
4	3.3625			
5	3.3169			

=(A4+\$A\$1/A4)/2

FILE EDIT DEL INS CLR

Wenn du mehr Stellen der Ergebnisse sehen willst, dann kannst du mit [SET UP] (Shift-MENU) „Show Cell“ auf „Value“ einstellen. Dann wird unten rechts nicht die Formel sondern der Wert der Zelle angezeigt.

SHEET	A	B	C	D
1	11			
2	6			
3	3.9166			
4	3.3625			
5	3.3169			

3.316938935

FILE EDIT DEL INS CLR

Ab A8 ändert sich der Wert nicht mehr. Wenn du willst kannst du ihn mit  $\square \rightarrow$  F3:STO-F1VAR in eine Variable speichern und später im Rechenfenster verwenden. Speicher den Wert der Zelle A10 in die Variable W und berechne im Rechenfenster  $W^2$ .

W

3.31662479

W<sup>2</sup>

11

PMAT

Wechsele noch mal in die TBK und gib in A1 die Zahl 7 ein. Sofort wird die Iteration neu berechnet und wir erhalten eine Näherung für die Wurzel aus 7.

SHEET	A	B	C	D
1	7			
2	4			
3	2.875			
4	2.6548			
5	2.6457			

4

FILE EDIT DEL INS CLR

Mit F1:FILE-F3:SV-AS (save as) kannst du das Arbeitsblatt speichern und später mit F1:FILE-F2:OPEN wieder laden.

Spread Sheet Name  
[HERON ]